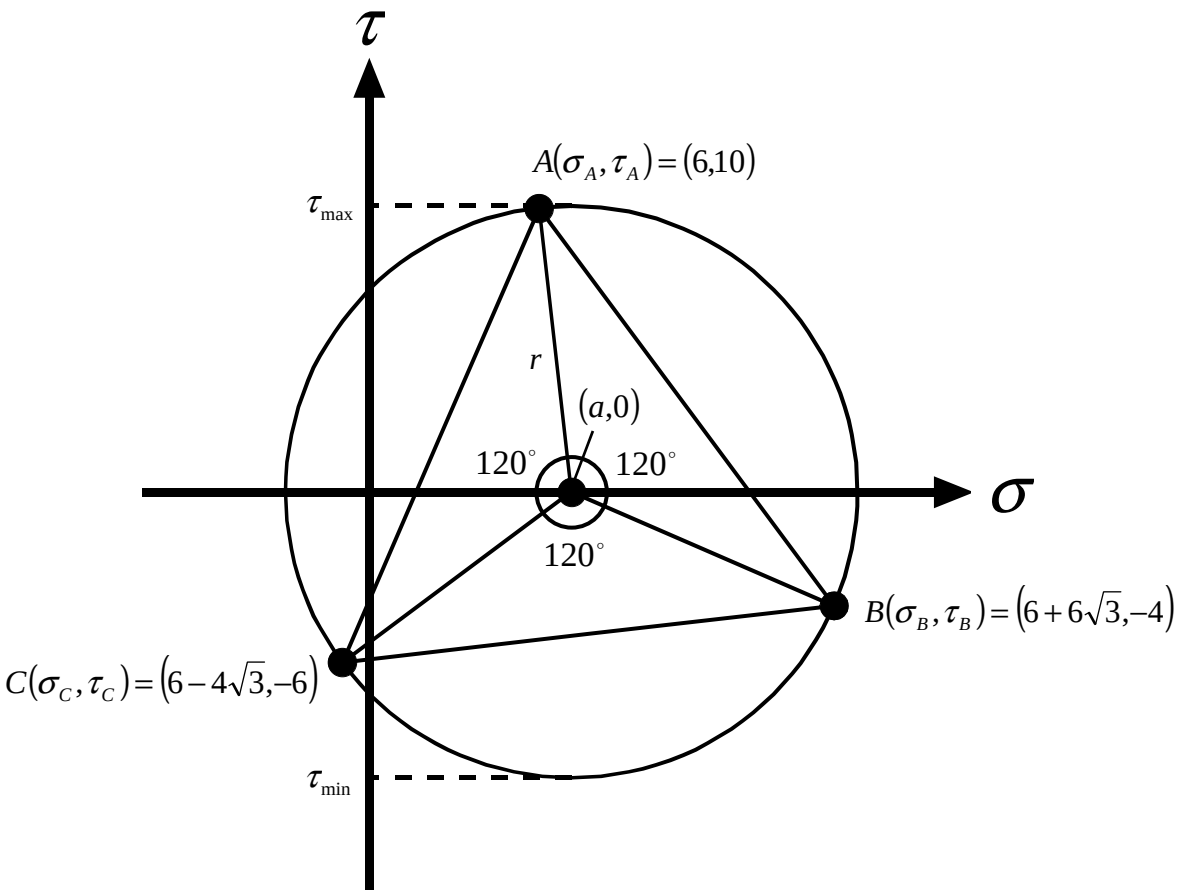
問 3



問2の応力状態に関するモールの円は中心座標$(a,0)$、半径rとすると上図のように示すことができる。

ここで$\triangle ABC$は正三角形であるから、モールの円の中心座標$(a,0)$は$\triangle ABC$の重心である。

よって中心座標$(a,0)$は

$$(a,0) = \left(\frac{\sigma_A + \sigma_B + \sigma_C}{3}, 0\right) = \left(\frac{6 + 16.39 - 0.93}{3}, 0\right) = (7.15, 0)$$

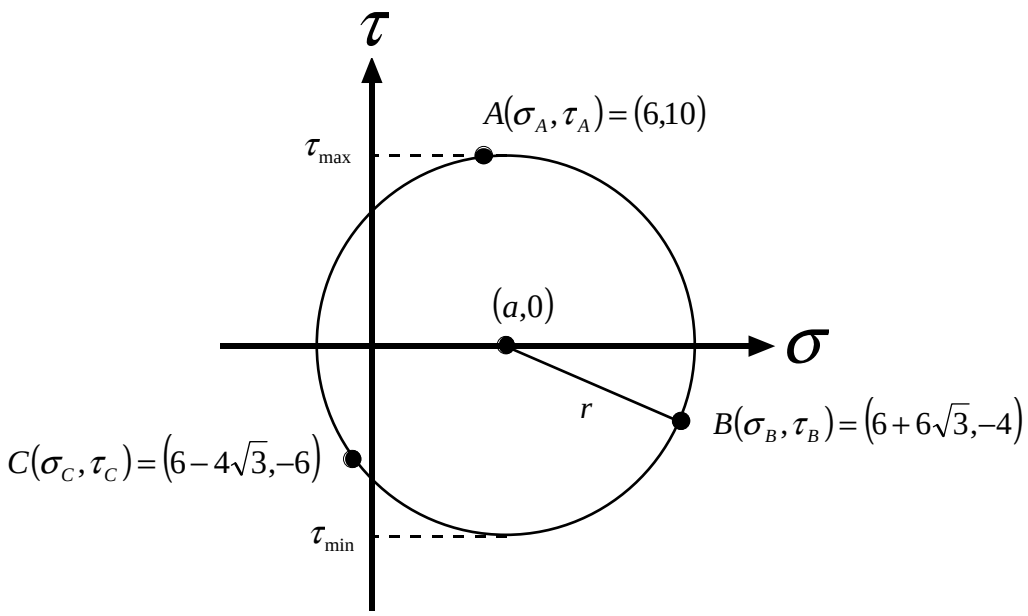
モールの円の半径rは中心座標$(a,0)$から点Aまでの距離であるから

$$r = \sqrt{(a - \sigma_A)^2 + (0 - \tau_A)^2} = \sqrt{(7.15 - 6)^2 + (0 - 10)^2} = 10.07$$

よって最大せん断応力度$\tau_{\max}$は

$$\tau_{\max} = r = 10.07 \left(N / mm^2\right)$$

問３別解



問2の応力状態に関するモールの円の式は中心座標$(a,0)$、半径rとすると上図のように示すことができる。

$$(\sigma - a)^2 + \tau^2 = r^2 \qquad (1)$$

(1)に $(\sigma,\tau) = (\sigma_A, \tau_A) = (6,10)$ を代入して

$$(\sigma_A - a)^2 + {\tau_A}^2 = r^2$$

$$(6-a)^2 + 10^2 = r^2$$

$$a^2 - 12a + 136 = r^2 \qquad (2)$$

また、(1)に $(\sigma,\tau) = (\sigma_B, \tau_B) = (6+6\sqrt{3},-4)$ を代入して

$$(\sigma_B - a)^2 + {\tau_B}^2 = r^2$$

$$(6+6\sqrt{3}-a)^2 + (-4)^2 = r^2$$

$$a^2 - (12+12\sqrt{3})a + 160 + 72\sqrt{3} = r^2 \qquad (3)$$

(2)を(3)に代入

$$a^2 - 12a + 136 = a^2 - (12+12\sqrt{3})a + 160 + 72\sqrt{3}$$

$$a = \frac{2\sqrt{3}+18}{3} = 7.15$$

(2)に代入して

$$r^2 = a^2 - 12a + 136$$

$$r^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}+18}{3}\right)^2 - 12 \cdot \frac{2\sqrt{3}+18}{3} + 136$$

$$r^2 = \frac{304}{3}$$

$$r = \pm\frac{4\sqrt{57}}{3} = 10.07$$

よってモールの円より最大せん断応力度 $\tau_{\max}$ は

$$\tau_{\max} = r = 10.07(N/mm^2)$$