

1. 序論

近年、集成材を用いた大スパン構造物が建てられるようになってきた。このため、従来木構造においてそれほど問題にはならなかった横座屈現象を木構造の新たな限界状態として考慮する必要がある。鉄骨造の場合と同様に、集成材の横座屈耐力もはりの面外曲げ剛性とねじり剛性に支配されている¹⁾²⁾。このうち、面外曲げ剛性については、各ラミナの曲げヤング率を用いてはり全体の剛性を容易に評価できる³⁾が、ねじり剛性に関しては各ラミナと集成材の関係を論じた研究は行われていない。はり部材の設計段階で横座屈耐力の評価をするためには、積層させる各ラミナの特性から接着後の、はりとしてのねじり剛性を評価できるような手法が不可欠である。

本研究では、集成材の横座屈耐力の評価に必要な各ラミナのねじり剛性と接着後のはりとしてのねじり剛性との相関関係を明らかにし、各ラミナのねじり剛性により定式化することを目的とする。

2. 集成材はりのねじり理論

集成材のように、力学特性の異なる要素を積層させた部材のねじり問題では、一様材で成り立つねじりの基礎方程式を各ラミナについて立て、それを各ラミナが満足すべき境界条件の下で解く必要がある。

いま、各ラミナ内での材料特性は一様であると仮定すると、積層断面の場合にも、ねじり成分についてのみ断面の反り（部材軸方向変位）が生じるので、 i 層ラミナにおけるねじりの弾性基礎方程式は一様材の場合と同様に下式で表される。

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ix} = \sigma_{iy} = \sigma_{iz} = \tau_{ixy} = 0 \\ \tau_{izx} = G_i \theta \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial x} + y \right), \quad \tau_{izy} = G_i \theta \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial y} - x \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 ϕ_i ：ねじり関数、 σ_{ix} 、 σ_{iy} 、 σ_{iz} ： i 層ラミナの垂直応力、 τ_{ixy} 、 τ_{izx} 、 τ_{izy} ： i 層ラミナのせん断応力、 G_i ： i 層ラミナのせん断弾性係数、 θ ：ねじり率である。

また、各ラミナの側面でせん断応力成分 τ_{izx} が0となること、およびはりの上面と下面でもせん断応力成分 τ_{zy} が0となることから

$$\tau_{izx} = 0 \quad (x = \pm b/2) \quad (3.a)$$

$$\left. \tau_{izy} = 0 \left(y = -\sum_1^{m/2} a_m \right) : m = \text{偶数} \right\}$$

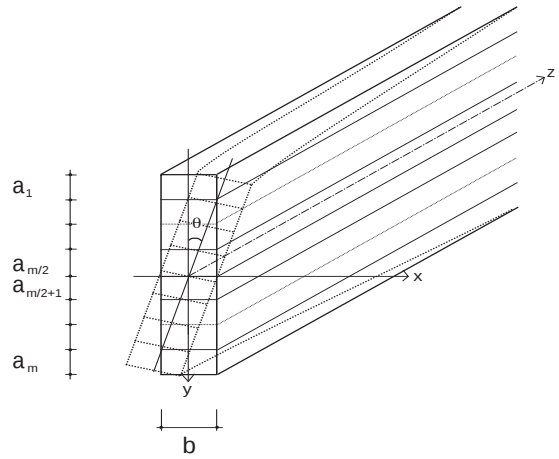


図1 m層集成材

$$\left(y = -\sum_1^{(m-1)/2} a_m - \frac{a_{(m+1)/2}}{2} \right) : m = \text{奇数} \quad (3.b)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{mzy} = 0 \left(y = \sum_{m/2+1}^m a_m \right) : m = \text{偶数} \\ \left(y = \frac{a_{(m+1)/2}}{2} + \sum_{(m+3)/2}^m a_m \right) : m = \text{奇数} \end{aligned} \right\} \quad (3.c)$$

が成り立つ。ここに、 m ：集成材を構成するラミナの積層数、 b ：はり幅、 a_i ： i 層ラミナの厚さである。

さらに、各ラミナの接着面では部材軸方向変位および、せん断応力成分が一致することを考慮し

$$\tau_{izy} = \tau_{(i+1)zy} \quad (i = 1 \sim m-1) \quad (4.a)$$

$$w_i = w_{i+1} \quad (i = 1 \sim m-1) \quad (4.b)$$

が成り立つ。ここに、 $w_i = \theta \phi_i(x, y)$ ： i 層ラミナの部材軸方向変位である。

以上のような境界条件を満たすときの(1)式を解くことで集成材のねじり剛性を求めることができる。この問題については(3)式の境界条件の取り扱いを考慮して ϕ_i に代えて導入関数を用い、与えられた境界条件のもとで得られる未定係数に関する $2m$ 元1次方程式を解く解法が提示されている⁴⁾⁵⁾。そして、集成材に加えられるねじりモーメント T は、各ラミナの断面についての積分により求められるので、集成材のねじり剛性 C ($=T/\theta$) は次式のようにになる。

$$C = \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^m \iint_{A_i} (y \tau_{izx} - x \tau_{izy}) dA_i \quad (5)$$

ところで、一般に集成材は外層ラミナと内層ラミナとで、曲げ剛性の異なるラミナを使うことが多い。これは外層に、より剛性の高いラミナを配して、効率的

な断面性能向上を目指したものである。そこで、ここでは、こうした実際の剛性配置のされ方を考慮し、集成材断面を剛性の異なる3層に分割して評価した場合の理論解を示す。外層材の厚さを a_1 、せん断弾性係数を G_1 、同様に内層材のそれらを a_2 、 G_2 とすると、(5)式は次のようになる。

$$C = G_1 b^4 \left\{ \frac{2R_1}{3} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{128t_1}{k_n^5} + \frac{G_2}{G_1} \left(\frac{R_2}{3} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{64(N-t_2)}{k_n^5} \right) \right\} \quad (6)$$

$$\text{こ こ で } N = \frac{T_1(t_1 + t_2)^2}{(G_2/G_1 + t_2 T_1)} \quad , \quad k_n = (2n+1)\pi \quad ,$$

$T_i = \tanh(k_n R_i)$, $t_i = \tanh(k_n R_i / 2)$, $R_i = a_i / b$ である。

3. 集成材はりのねじり実験および有限要素法解析

前章で示した理論解検証のため、本研究ではラミナおよび集成材のねじり実験と、有限要素法(FEM)による数値解析を行った。本章では実験およびFEMの概要と結果について述べる。

3-1 ラミナの曲げ・ねじり実験

3-1-1 試験体概要

材種はペイマツで、剛性をパラメータに2種類の試験体を用意した。断面はせい135mm、幅82mmの矩形断面で材長は600cmとした。試験体一覧を表1に示す。なお、各ラミナの含水率は平均11.3%、標準偏差1.14であり、各ラミナの比重は平均0.49、標準偏差0.05であった。

3-1-2 ラミナの曲げ・ねじり実験

ラミナの曲げ実験は試験体を単純支持し2点集中荷重とし、スパン中央の変位から曲げヤング率を求めた。スパンは面外曲げでは300cmとし、面内曲げでは試験体内に生ずるせん断力の影響を見るため、210、300、450cmの3点で計測した。ラミナのねじり実験は図2のようにラミナの一端を固定し他端にプレートを取り付け、プレートの端部に荷重を加えねじりモーメントを生じさせた。変位の測定は、固定端から10、100、200、300、400、490cmの位置に鏡を取り付け、レーザーポインタから射出された光を反射させ、試験体上部に設置した目盛り入りプレートに光をあて、その変位を測定した。

3-2 集成材の曲げ・ねじり実験

3-2-1 試験体概要

ラミナのねじり実験終了後、ラミナを10層張り合わせて、集成材を作成した。接着材にはディアノール35号を使用し、硬化剤、Hot-p-2号を混ぜ合わせ十分に攪拌した後、ハケ等で塗布した。接着

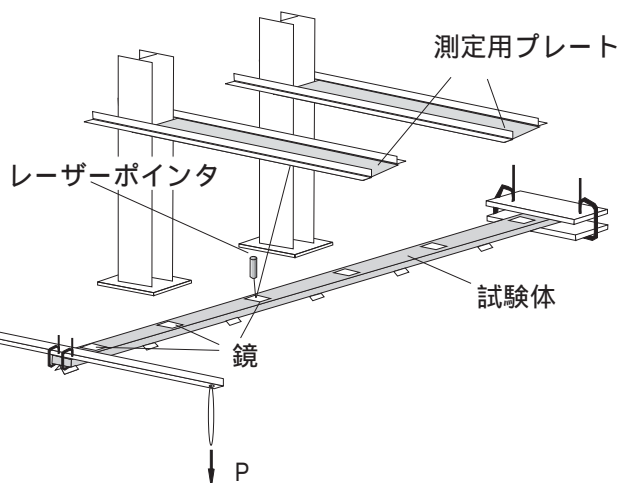
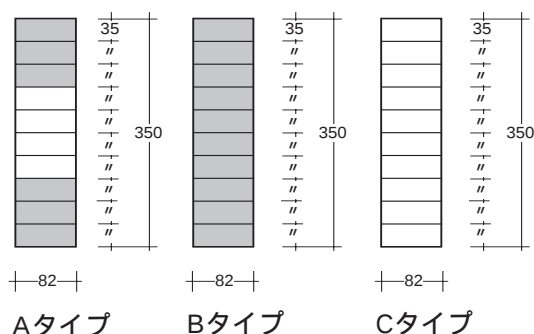


図2 ねじり実験装置



■ $E_y = 140 \sim 150 \text{ t/cm}^2$ (LA)
□ $E_y = 80 \sim 90 \text{ t/cm}^2$ (LB)

図3 集成材断面形状

剤の塗布量は 300 g/m^2 、圧着圧力は 8 kg/cm^2 とした。圧着時間は12時間とし、加力後12時間の養生期間を設けた。試験体は図3のように、剛性の異なるラミナを積層したA、B、Cタイプの3種類を作成した。

3-2-2 集成材の曲げ・ねじり実験

集成材の曲げ実験はラミナの曲げ実験同様に行った。スパンは面内曲げでは420、480、540cmとし、面外曲げでも420、480、540cmの各3点で計測した。集成材のねじり実験もラミナのねじり実験同様に行った。

表1 ラミナ・集成材試験体一覧

集成材試験体名	ラミナ試験体名	面外曲げヤング率 $E_y(\text{t/cm}^2)$	断面形状(mm)	材長(cm)
A-1	LA-1-1 ~ 6	140 ~ 150	35 × 82	600
	LB-1-1 ~ 4	80 ~ 90		
A-2	LA-2-1 ~ 6	140 ~ 150		
	LB-2-1 ~ 4	80 ~ 90		
A-3	LA-3-1 ~ 6	140 ~ 150		
	LB-3-1 ~ 4	80 ~ 90		
B-1	LA-4-1 ~ 10	140 ~ 150		
B-2	LA-5-1 ~ 10			
B-3	LA-6-1 ~ 10			
C-1	LB-7-1 ~ 10	80 ~ 90		
C-2	LB-8-1 ~ 10			
C-3	LB-9-1 ~ 10			

3-3 実験結果

ラミナの曲げ・ねじり実験結果より得られた E_{iy} と G_i を図4に示す。これより E_y と G に相関がないことが分かる。また図5、図6は E_{iy} 、 G_i をそれぞれヒストグラムで表示したものである。 G_i はばらつきが少ないが、外層ラミナ E_{iy} は平均126.8、標準偏差11.3、内層ラミナ E_{iy} は平均73.8、標準偏差6.7。さらに、図7にA-1を例に、実験で加えたねじりモーメント T と各計測点におけるねじり角 α との関係を示す。また、図8にA-1を例に、 T を負荷した場合の各計測点でのねじり率 θ と各計測点 x との関係を示す。ねじり率は各計測点においてほぼ均等であるので、これらの数値を平均することでねじり剛性を求めた。

3-4 考察

2章での理論解と実験結果との対応を考察する。(6)式に a_i 、 b 及びラミナのねじり実験から得られた $G_{i,ex}$ を代入し得られる $G_{th}=(C/J)$ と、集成材ねじり実験から得られた G_{ex} を比較すると図9のようになる。これをみると多少のばらつきはあるものの、良い対応を示していることが分かる。

3-5 FEMによる解析

実験で不足している範囲のデータを補うため、ここでは有

限要素法(FEM)を用いた集成材のねじり解析を行い、前節までに得られた G_{ex} 、 G_{th} との対応を検討する。解析対象とする梁の形状は、ねじり実験と同様に幅 $b=8.2\text{cm}$ 、せい $h=35\text{cm}$ 、材長 $L=500\text{cm}$ とし、材料特性は3次元異方性を考慮した完全弾性体で定義した。各ラミナの曲げ及びせん断弾性係数には、実験で得られた E_{iy} 及び $G_{i,ex}$ を用いた。使用した要素は、3D Anisotropic Solid要素であり、節点数は幅方向に3、せい方向に11、材長方向に51、ポアソン比 $\nu=0.49$ とした。はりの一端を固定し他端にねじりモーメントを加えて解析を行い、FEMによる解析値 G_{FEM} を求めた。図10は、外層材の厚さ $a_1=10.5\text{cm}$ 、せん断弾性係数 $G_1=0.08\sim 800\text{t/cm}^2$ 、 $G_2=8.0\text{t/cm}^2$ としたとき、 G_1 の変化による集成材のねじり剛性の変化をみたものである。なお、図中には(6)式の結果から得られる G_{th} と実験結果も併せてプロットした。 G_{th} と G_{FEM} は実験値近傍に限らず、全般に渡りよい対応を示しており、2章で示した理論解は各ラミナのせん断剛性比率に関わらずはりのねじり剛性を評価できる。

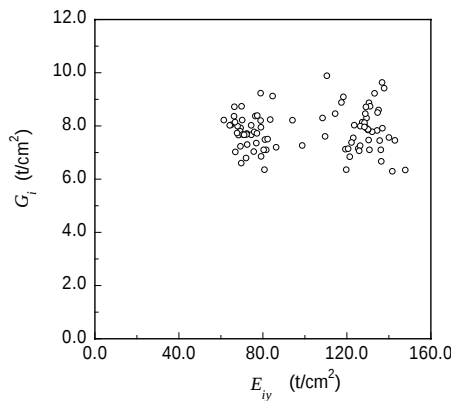


図4 E_{iy} - G_i 散布図

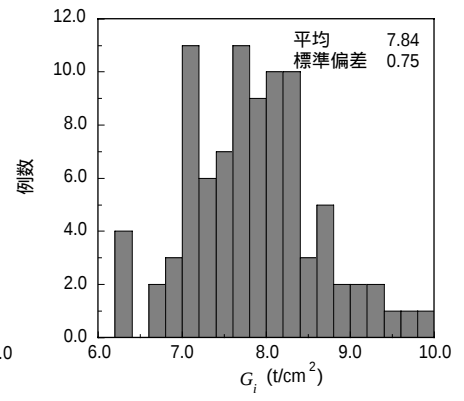


図5 G_i ヒストグラム

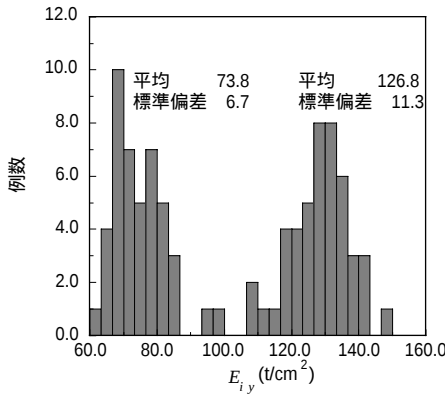


図6 E_{iy} ヒストグラム

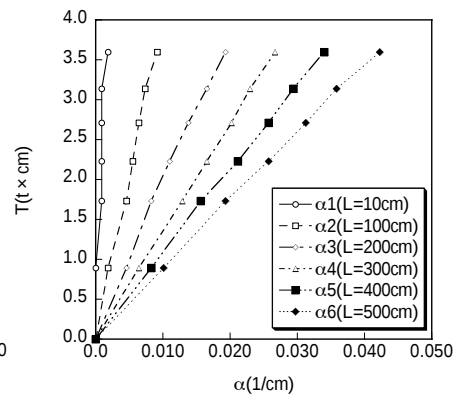


図7 α - T 関係(A-1)

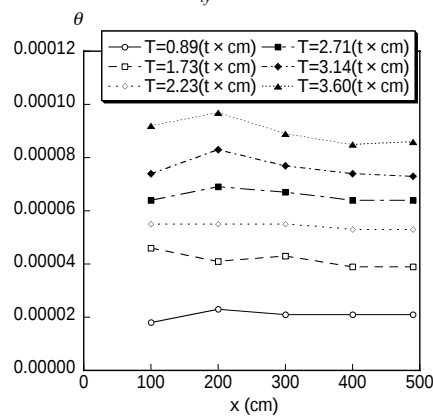


図8 x - θ 関係(A-1)

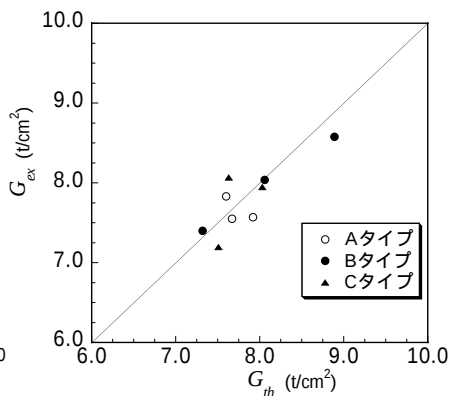


図9 G_{th} - G_{ex} 関係

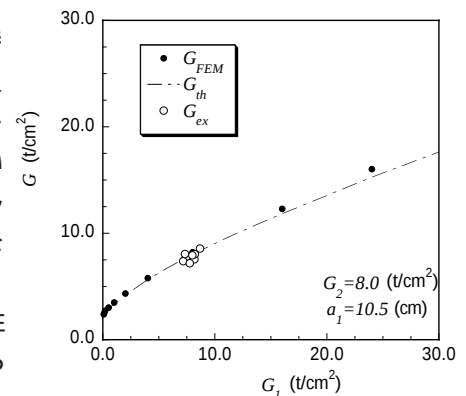


図10 G_1 - G 関係

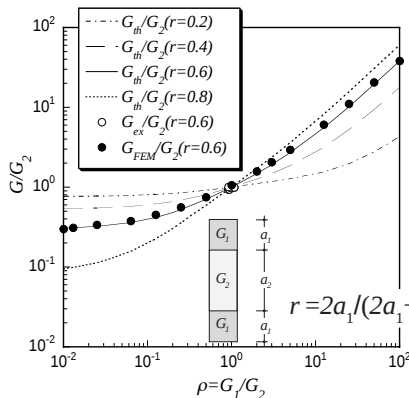


図11 ρ - G/G_2 関係

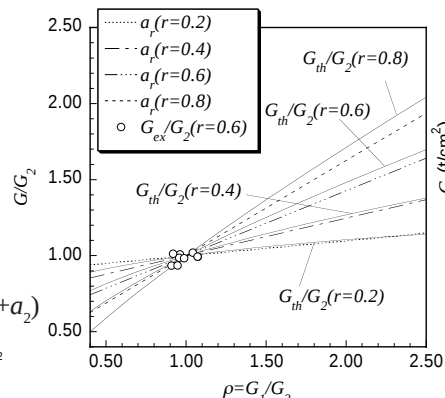


図12 ρ - G_{th}/G_2 関係 ($0.4 < \rho < 2.5$)

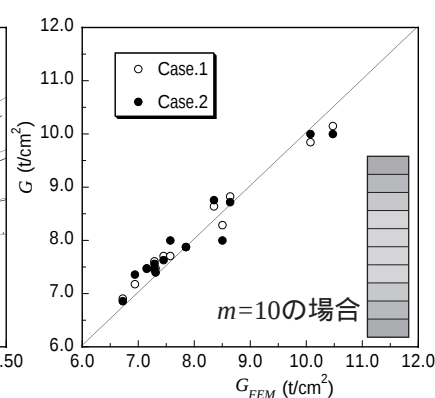


図13 G_{FEM} - G 関係

4. 集成材はりのねじり剛性評価

前章までの実験および解析結果に基づき、本章では集成材のねじり剛性評価式の提示を試みる。

図11は、 G_1 と G_2 の比率 ρ と、(6)式から計算されるねじりに関するせん断弾性係数 G_{th} の関係を、外層材の面積がはりの全断面積に占める割合 r ($=2a_1/(2a_1+a_2)$)をパラメータとして示したものである。なお、縦軸は G を内層材の G_2 で無次元化し、実験値とFEM解析値も併せてプロットした。はりのねじり剛性は、内層材と外層材の各 G とその配置で決まるため、 ρ が1から離れるに従って r による影響が大きくなっている。また、 G_{th} は $\rho=1.0$ 付近では G_{th} はほぼ直線となった。

ところで、日本農林規格に基づき予測されるラミナの配置は、樹種A郡1級のラミナを外層に配し、樹種F郡4級のラミナを内層に配した場合であり、 $E_1=200\text{t/cm}^2$ 、 $E_2=80\text{t/cm}^2$ となり、 $E_1/E_2=2.5$ となる。そこで、これを現実起こりうる剛性比率の最大値と見なし、図11の結果を考慮して、 $0.40 < \rho < 2.50$ の範囲で ρ と G/G_2 の関係を示したものが図12である。この範囲では ρ と G/G_2 はほぼ線形関係にあることから、これらの直線の傾きを a_r (各 r における傾き)とする。そして a_r を $r=0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ の場合について線形回帰すると、 a_r は r の関数として次式のようになる。

$$a_{re} = 0.854r \quad (8)$$

この a_r を用い、 ρ と G/G_2 の関係を(1,1)を通る直線で表すと

$$G/G_2 = a_{re}(\rho - 1.0) + 1.0 \quad (9)$$

となる。上式を図12中に実線で示した。理論解との対応は良く、集成材としての現実的な範囲でのねじり剛性は(9)式を用いて近似できる。

ところで、(9)式に(8)式及び $\rho=G_1/G_2$ を代入し整理すると次のようになる。

$$G = 0.854rG_1 + (1.0 - 0.854r)G_2 \quad (10)$$

(10)式は、集成材としてのねじり剛性に関わるせん断弾性係数 G は、外層と内層の各せん断弾性係数 G_1, G_2 を $0.854r:(1-0.854r)$ の比率で平均することを示してい

る。そこで、 m 枚のラミナで構成されたはりのねじり剛性評価式が、より一般的な形で次式のように求められると仮定する。

$$G = \sum_{i=1}^m k_i \cdot G_i \cdot \frac{t_i}{h} \quad (11)$$

ここに k_i は i 層ラミナのねじり剛性がはり全体のねじり剛性に与える影響を考慮する係数で、最外層では(10)式の0.854に相当する。(11)式の妥当性を検証するため、10層のラミナからなる集成材に対し $4.0 \sim 12.0\text{t/cm}^2$ の範囲で発生させた一様乱数に依じた G_i を各ラミナに与え、(10)式から求められる G と、FEM解析で求められるねじり剛性に対応した G_{FEM} の関係を示したものが図13である。なお、ここでは k_i はねじり中心からの距離に比例するとし、 $k_1=k_{10}=0.854$ 、 $k_5=k_6=1.146$ とし各 k_i を算出した場合 (Case.1) 及び全ての k_i を1.0 (Case.2) としたもので計算を行った。Case.1, Case.2に大きな差は見られなかった。したがって(11)式における $k_i=1.0$ で各試験体の G を十分な精度で評価できるといえる。

5. 結論

- 1) 集成材のねじり剛性に関する理論的な展開を行い、ラミナの剛性を外層と内層に大別できる場合の理論解を提示した。
- 2) 実験および有限要素法解析を行い、理論解と比較することによりそれらの妥当性を検証した。
- 3) 現実的に使用される集成材のねじり剛性の範囲を考慮し、ねじり剛性評価のためのせん断弾性係数を各ラミナのせん断弾性係数から評価する式を簡便な形で提示した。

<参考文献>

- 1) R. F. Hooley, B. Madsen: Lateral Stability of Glued Laminated Beams, ASCE, Vol. 90, 1964
- 2) 長谷部 薫, 他: 集成木材はりの横座屈解析と実験, 構造工学論文集, 1992
- 3) 林 知行: 確率モデルによる集成加工材料の性能予測 (第1報) MOEの分布, 木材学会誌, 35巻, 1989
- 4) 出羽 宏視: ねじりをうける非対称3層はりのねじり応力および剛性に関する数値解析, 日本機械学会論文集 (C編), 1990
- 5) 出羽 宏視: 粘弾性層をもつ五層く形棒のねじり応力および制振特性, 日本機械学会論文集 (A編), 1991
- 6) (株) 日本エムエスシー: Nastran (プリポスト一体汎用構造解析プログラム), 第4.4版, 1995