

積載荷重偏在時の床板用影響曲面

指導教官 井戸田秀樹助教授

今泉伸之介

1. 序

長期荷重としての床設計用積載荷重は、通常の使用状態を想定した床の最大モーメントと等価なモーメントを生じさせる等分布荷重として与えられる。しかし、積載荷重は引越しや避難など一時的な偏在を生じる可能性がある。

偏在状態を考慮するためには偏在時の床の応力状態を把握する必要がある、一般的に有限要素法などの数値解析手法が用いられる。しかし、構造設計段階で効率的に偏在荷重の影響を検討するためには、数値解析を行わず、簡便に偏在時の最大モーメントを求める手法が必要である。

そこで、本研究では積載荷重の偏在状況と最大モーメントの関係を簡便な関数で定式化した床板用の影響曲面の提案を目的とする。

2. 影響曲面の算出

2-1 影響曲面の定義

床（周辺固定、縦横 $X \times Y$ ）に等分布荷重 w が作用するモーメント図は、図1(a)になる。この時、 x, y 軸に生じるモーメントのうち最大値を等分布荷重載荷時の最大モーメントとし M_{max} とする。

次に等分布していた荷重が図1(b)のように中心 (x_0, y_0) 、サイズ $(S=\alpha X \times \alpha Y, \alpha: \text{偏在率})$ の部分に偏在する状態を考える。偏在荷重は、偏在領域内で等分布荷重 w/α^2 で作用すると仮定する。この時 x, y 軸に生じたモーメントの最大値を偏在時の最大モーメントとし M'_{max} とする。

この時、次式で定義される x, y, z 空間の曲面を影響曲面と定義する。

$$z = Z(x, y, \alpha) = \frac{M'_{max}}{M_{max}} \quad (1)$$

2-2 有限要素法による影響曲面の作成

偏在時の最大モーメントを算定するために、有限要素法(FEM)を用いて影響曲面を作成する。床の辺長比 $r=(Y/X)$ が1, 1.5, 2の3つの場合を対象に行う。

図2は、FEMによる $r=1, \alpha=0.4, 0.6$ の影響曲面である。偏在の中心座標 (x, y) を0.1間隔で変化させ

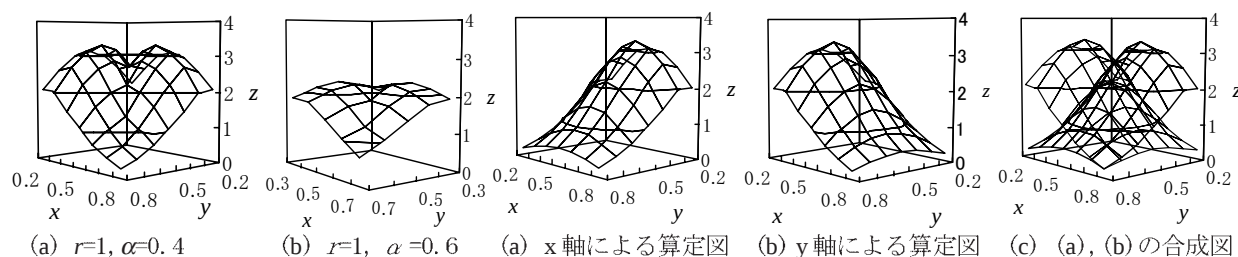


図2 FEMによる影響面

た。いずれの場合の影響曲面は、床の対角線を対称軸とし、2つの頂点をもつ形状となった。

3 影響曲面の定式化

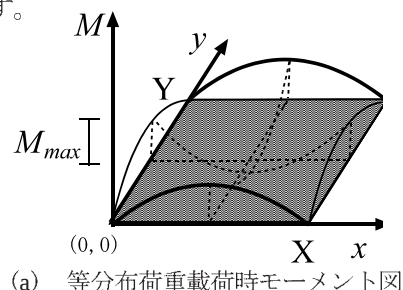
3-1 有限要素法による影響曲面の分析

影響曲面を簡便な関数で定式化するために、影響曲面の形状を分析する。 $r=1, \alpha=0.4$ の M'_{max} の算定辺を x, y 軸のみとした影響曲面を図3(a), (b)に示し、合成した図を図3(c)に示す。図3(c)と図2(a)の比較より影響曲面は、 M'_{max} の算定辺を x, y 軸のみとした影響曲面の合成となることがわかる。

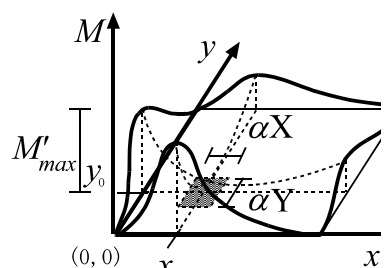
これを受けて影響曲面の定式化のためには、図3(a)を定式化できれば、同様に図3(b)が定式化でき、全体の曲面を定式化できることがわかる。そのため、さらに図3(a)の曲面を分析する。図3(a)を $y=0.2 \sim 0.8$ まで0.1間隔で切断した断面の関数を、 $z(x, y)$ において次式に従い、 $f_2(x) \sim f_8(x)$ と定義し図4に示す。

$$f_i(x) = z(x, 0.1i) \quad (2)$$

図4において、 $f_i(x)$ は i の変化によらず似た形状の放物線となる。次に、図5は頂点を通る $f_5(x)$ に対する他の断面関数の倍率を次式に従い、 $s_2(x) \sim s_8(x)$ と定義し示す。



(a) 等分布荷重載荷時モーメント図



(b) 偏在荷重載荷時モーメント図

図1 影響曲面について

図3 $r=1, \alpha=0.4$ の影響曲面の考察

(3)

図5より、図3(a)のX断面の関数は頂点を通る断面の関数の定数倍となっている事がわかる。

3-2 影響曲面の定式化

前節の考察より影響曲面(Z)は、次式のように頂点を通るx断面の関数($F(\alpha, x)$)とy断面の関数($G(\alpha, y)$)の積となることがわかる²⁾。

$$Z' = K(\alpha) \times F(\alpha, x) \times G(\alpha, y) \quad (4)$$

$F(\alpha, x)$ と $G(\alpha, y)$ は、それぞれ次式のように多項式に近似することができる。

$$F(\alpha, x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i \quad (5)$$

$$G(\alpha, y) = \sum_{i=0}^n b_i x^i \quad (6)$$

また $K(\alpha)$ は、FEMによる影響曲面(Z)に $F(\alpha, x)$ と $G(\alpha, y)$ の積を近づける係数で次式に従い α の2次式と定義する。

$$K(\alpha) = \sum_{i=0}^2 e_i \alpha^i \quad (7)$$

そして、 $F(\alpha, x)$, $G(\alpha, y)$ の係数(a, b)と α の相関関係を図6, 7に示す。図6, 7より a と b は、 α の2次式と近似できる。

$$a_i = \sum_{j=0}^2 c_{ij} \alpha^j \quad (8)$$

$$b_i = \sum_{j=0}^2 d_{ij} \alpha^j \quad (9)$$

定式化の一例として、 $r=1$ の影響曲面を示す。 $r=1$ の影響曲面では、x軸で算定した影響曲面とy軸で算定した影響曲面が同じ曲面になる。このため、 $r=1$ の影響曲面における境界線 $y=x$ で $x>y$ となるように x, y を用い、x軸で算定した影響曲面で表現する。この時の定式の係数は、表1～3となる。そして、図8に定式化した $r=1$, $\alpha=0.4, 0.6$ の影響曲面の形状を示す。

3-4 定式化した影響曲面の精度の確認

$r=1$, $\alpha=0.4, 0.6$ に関して、FEMを用いて作成した影響曲面に対する式(5)～(8)による影響曲面の比率を式(10)に従い、 $T(x, y)$ と定め図9(a), (b)に示す。 $T(x, y)$ が1に近いほど式(5)～(8)による影響曲面の精度が高い。図9(a)において、大部分は1.10で最大値で1.58となり、図9(b)において、大部分は1.06で最大値で1.12となる。このことより、十分精度があると考えられる。

$$T(x, y) = \frac{Z'(x, y, \alpha)}{Z(x, y, \alpha)} \quad (10)$$

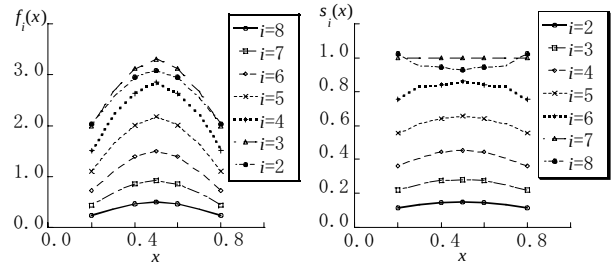


図4 $x-f_i(x)$ 相関関係

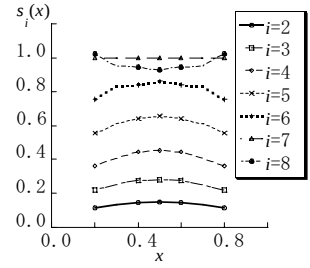


図5 $x-s_i(x)$ 相関関係

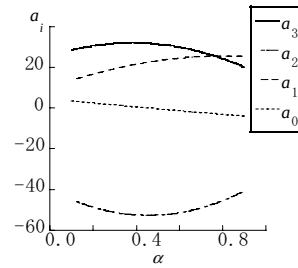


図6 $\alpha-a$ 相関関係

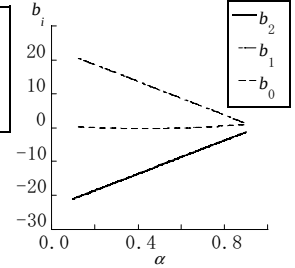


図7 $\alpha-b$ 相関関係

表1 $r=1$, 式(8)c一覧表

	c_2	c_1	c_0
a_3	-44.3	33.9	25.5
a_2	61.0	-55.6	40.1
a_1	-23.6	38.4	10.0
a_0	1.2	-10.5	4.6

表2 $r=1$, 式(9)d一覧表

	d_2	d_1	d_0
b_2	0.0	24.7	-23.5
b_1	0.0	-24.7	23.5
b_0	5.7	-4.9	0.8

表3 $r=1$, 式(10)e一覧表

	e_2	e_1	e_0
K	1.1	-0.5	0.3

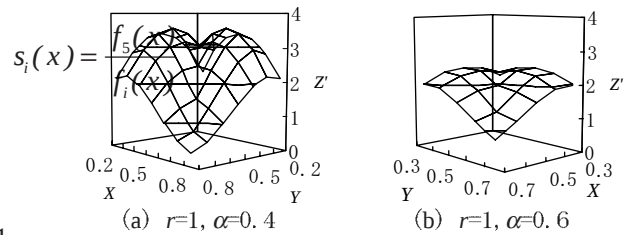


図8 定式化した影響曲面

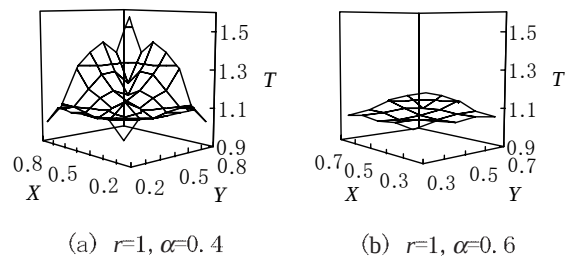


図9 Zに対するZ'の比率

4 結

本研究の結論は、辺長比(r)が1, 1.5, 2の3つの床に関して有限要素法を用いて影響曲面を求め、形状を考察し、影響曲面の頂点を通るx断面の関数とy断面の関数の積で定式化できることを示した。

参考文献

- 1) 建築物荷重指針・同解説, 日本建築学会, 1993年
- 2) R.B. Corotis: Statistical Analysis of Live Load in Column Design, Journal of the Structural Division ASCE, Vol.98, No.ST8, pp.903-922, 1972